

# Управление в технических системах

© 2025 г. В.С. ВЕРБА, чл.-корр. РАН (vvs.msk@gmail.com),  
В.И. МЕРКУЛОВ, д-р техн. наук (mvipost41@gmail.com)  
(АО «Концерн «Вега», Москва),  
А.Р. Ильчук, д-р техн. наук (arilchuk@istokmw.ru)  
(АО «НПП «Исток» им. Шокина», Фрязино)

## ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДОВ НАВЕДЕНИЯ НА ВЫСОКОСКОРОСТНЫЕ ИНТЕНСИВНО МАНЕВРИРУЮЩИЕ ЦЕЛИ. ЧАСТЬ 3. ОПТИМИЗАЦИЯ НАВЕДЕНИЯ С УЧЕТОМ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЕРЕХВАТЧИКОВ

Рассмотрены процедуры синтеза методов наведения на объект, маневрирующий по сложному закону. Процедуры адаптированы под динамические свойства перехватчика, реализуемые за счет трансформации состава информационного обеспечения и использования результатов прогноза пространственного положения цели. Приведены результаты моделирования.

*Ключевые слова:* метод наведения, оптимизация управления, трансформация информационного обеспечения, прогноз положения цели.

DOI: 10.31857/S0005231025020047, EDN: IQRQCX

### 1. Введение

Анализ традиционных методов самонаведения [1–4], наиболее распространенными среди которых являются метод пропорционального наведения и наведения в упрежденную точку встречи, позволяет прийти к заключению, что они синтезировались автономно без учета динамических свойств ЛА-перехватчиков (где ЛА – летательный аппарат) при условии, что цель не маневрирует.

Такой подход при реализации систем перехвата неманеврирующих и слабоманеврирующих целей не накладывает каких-либо существенных ограничений на свойства ЛА-перехватчиков (кроме максимально допустимой перегрузки). Однако при перехвате интенсивно маневрирующих целей такой подход не обеспечивает нужных показателей перехвата, требуя улучшения маневренных свойств ЛА-перехватчика, адаптируя их под сложный характер изменения координат относительного и абсолютного движения цели.

В свою очередь, это требует больших временных и материальных затрат и не может быть универсальным приемом из-за широкого спектра возможных маневров целей.

В связи с этим весьма востребованной является разработка способов оптимизации, учитывающих динамические свойства перехватчиков.

Актуальность решения этой задачи возрастает в связи с расширением номенклатуры высокоскоростных летательных аппаратов (ВСЛА), способных маневрировать по сложным законам, в том числе и со сменой величины и знаков производных угловых координат [4]. В связи с этим весьма востребована разработка методов оптимизации, способных сформировать законы управления, учитывающие динамические свойства носителей средств перехвата [5, 6, 8, 9].

В общем случае учет инерционности перехватчика может быть осуществлен различными способами:

- взвешиванием коэффициентов ошибок управления в соответствии с постоянной времени носителя и коэффициентом передачи сигналов управления носителя, что характерно для оптимизации по классическим методам статистической теории оптимального управления [5, 6];
- учетом несоответствия динамических свойств цели и перехватчика непосредственно в законе наведения [5, 6];
- формированием законов наведения с нелинейной (кубической) зависимостью от комбинаций ошибок управления, косвенно учитывающих инерционность носителя [5, 6];
- трансформацией воздействующих на носитель входных сигналов, адаптированной под оптимизацию его конкретного типа, расширяющей число корректирующих поправок;
- путем формирования закона наведения по результатам прогноза положения цели на интервал времени, определяемый инерционностью носителя.

Необходимо отметить, что первые три способа подробно рассмотрены в [5, 6].

Целью статьи является рассмотрение способов оптимизации, основанных на трансформации входных сигналов и использовании результатов прогноза пространственного положения цели.

## **2. Оптимизация методов наведения на основе трансформации входных сигналов**

Суть рассматриваемого способа состоит в искусственном увеличении числа корректирующих входных сигналов, в той или иной степени компенсирующих инерционность перехватчика с конкретными летно-техническими характеристиками.

Такой подход требует изменения только алгоритмов информационного обеспечения, не затрагивая сам ЛА-перехватчик.

Необходимо отметить, что требуемое преобразование входных сигналов, обеспечивающее дальнейшую оптимизацию системы наведения, может быть

получено при использовании алгоритмов статистической теории оптимального управления [1, 3].

В наиболее простом варианте, основанном на локальной оптимизации [1], она позволяет для системы с заданной частью

$$(2.1) \quad \dot{\mathbf{x}}_y(t) = \mathbf{F}_y \mathbf{x}_y(t) + \mathbf{B}_y \mathbf{u}(t) + \xi_y(t),$$

предназначенной для отработки многомерного процесса

$$(2.2) \quad \dot{\mathbf{x}}_T(t) = \mathbf{F}_T \mathbf{x}_T(t) + \xi_T(t),$$

при наличии наблюдений

$$(2.3) \quad \mathbf{z}(t) = \mathbf{H} \mathbf{x}(t) + \xi_z(t)$$

найти закон управления

$$(2.4) \quad \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y \mathbf{Q} [\hat{\mathbf{x}}_T(t) - \hat{\mathbf{x}}_y(t)],$$

оптимальный по минимуму функционала качества

$$(2.5) \quad I = M \left\{ [\mathbf{x}_T(t) - \mathbf{x}_y(t)]^T \mathbf{Q} [\mathbf{x}_T(t) - \mathbf{x}_y(t)] + \int_0^t \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K} \mathbf{u}(t) dt \right\}.$$

Здесь:  $\mathbf{x}_y$  и  $\mathbf{x}_T$  –  $n$ -мерные векторы состояния;  $\mathbf{F}_y$  и  $\mathbf{F}_T$  – матрицы внутренних связей процессов (2.1) и (2.2);  $\mathbf{u}$  –  $r$ -мерный ( $r \leq n$ ) вектор управления;  $\mathbf{B}_y$  – матрица эффективности сигналов управления;  $\mathbf{z}$  –  $m$ -мерный ( $m \leq 2n$ ) вектор измерений сигналов управления;  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_T^T \mathbf{x}_y^T]^T$  – составной вектор;  $\mathbf{H}$  – матрица связи  $\mathbf{z}$  и  $\mathbf{x}$ ;  $\xi_y$ ,  $\xi_T$  и  $\xi_z$  – векторы шумов состояния (2.1), (2.2) и измерений (2.3),  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{K}$  – матрицы штрафов за точность и экономичность функционирования;  $t$  – текущее время;  $M\{\bullet\}$  – математическое ожидание при условии, что имеются измерения (2.3);  $\hat{\mathbf{x}}_y$  и  $\hat{\mathbf{x}}_T$  – оптимальные оценки (2.1) и (2.2).

В общем случае совершенство любой системы управления, определяемое ее способностью реагировать на изменения входного воздействия, обусловлено числом обратных связей и наличием корректирующих сигналов. При этом число возможных обратных связей определяется размерностью заданной части (2.1), а число корректирующих сигналов зависит от размерности используемого вектора входных воздействий (2.2).

Цель раздела 2 – оценить возможность разработки метода наведения летательных аппаратов на интенсивно маневрирующие цели, основанного на трансформации входных сигналов.

### 2.1. Синтез закона управления

В математическом плане решаемая задача синтеза формулируется следующим образом.

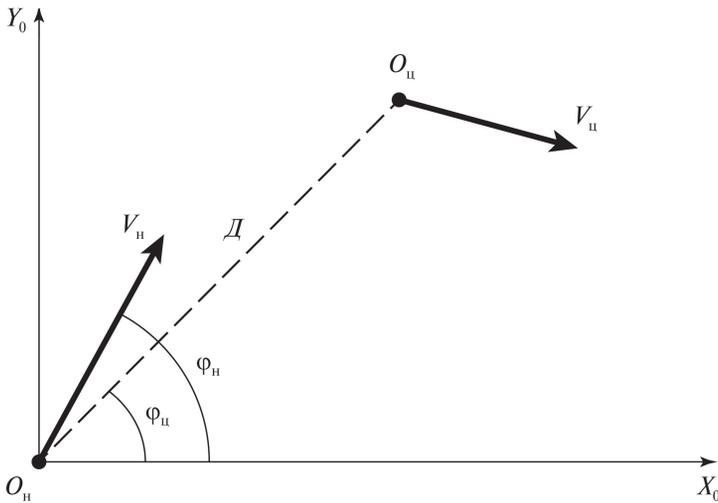


Рис. 1. Геометрия взаимного расположения цели и перехватчика в декартовой системе координат.

Для носителя, определяемого упрощенной моделью ЛА [6]

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \dot{\varphi}_n &= \omega_n, & \varphi_n(0) &= \varphi_3; \\ \dot{\omega}_n &= -\frac{1}{T_n}\omega_n + \frac{b}{T_n}u, & \omega_n(0) &= \omega_3, \end{aligned}$$

предназначенного для наведения на объект, движущийся по закону

$$(2.7) \quad \varphi_{ц} = f(t), \quad \varphi_{ц}(0) = \varphi_{ц0},$$

где  $f(t)$  – гладкая функция, дифференцируемая  $n_T$  раз ( $n_T > 2$ ), по измерениям

$$(2.8) \quad \varphi_n = \varphi_{ц} + \xi_n,$$

необходимо найти сигнал  $u$  управления ЛА-перехватчиком, оптимальный по минимуму функционала (2.5), обеспечивающий перехват объекта, маневрирующего по сложной траектории со сменой знака производной  $\varphi_{ц}$  (2.7) с промахом  $h$ , не превышающим допустимое значение  $h_{доп}$ .

В выражениях (2.6)–(2.8):  $\varphi_{ц}$  и  $\varphi_n$  – соответственно пеленг цели и угол направления полета перехватчика с начальными значениями  $\varphi_{ц0}$  и  $\varphi_3$ ;  $\omega_{ц} = \dot{\varphi}_{ц}$  и  $\omega_n$  – угловые скорости линии визирования цели и направления полета перехватчика соответственно с начальными значениями  $\omega_{ц0}$  и  $\omega_3$ ;  $b$  и  $T_n$  – коэффициент усиления и постоянная времени перехватчика, характеризующие его динамические свойства;  $u$  – сигнал управления. В формулах (2.6)–(2.8) и в дальнейшем для упрощения записей опускается зависимость переменных от времени.

Геометрические соотношения между углами для вертикальной плоскости показаны на рис. 1.

На этом рисунке  $O_{\text{ц}}$  – точка расположения цели,  $\mathbf{V}_{\text{ц}}$  и  $\mathbf{V}_{\text{н}}$  – векторы скорости цели и перехватчика,  $\varphi_{\text{ц}}$  – угол визирования цели,  $\varphi_{\text{н}}$  – угол, характеризующий направление полета носителя.

Для реализации сложной траектории движения перехватываемого объекта [4] в его модели (2.7) должны учитываться высокие производные угла визирования  $\varphi_{\text{ц}}$ .

Для определенности представим входное воздействие (2.7) в виде вектора четвертого порядка:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} \dot{\varphi}_{\text{ц}} &= \omega_{\text{ц}}, & \varphi_{\text{ц}}(0) &= \varphi_{\text{ц}0}; \\ \dot{\omega}_{\text{ц}} &= a_{\text{ц}}, & \omega_{\text{ц}}(0) &= \omega_{\text{ц}0}; \\ \dot{a}_{\text{ц}} &= \ddot{\omega}_{\text{ц}} = j_{\text{ц}}, & a_{\text{ц}}(0) &= a_{\text{ц}0}; \\ \dot{j}_{\text{ц}} &= \ddot{\omega}_{\text{ц}} = 0, & j_{\text{ц}}(0) &= j_{\text{ц}0}, \end{aligned}$$

дополнив модель заданной части (2.6) двумя уравнениями

$$(2.10) \quad \begin{aligned} \dot{a}_{\text{н}} &= 0, & a_{\text{н}}(0) &= 0; \\ \dot{j}_{\text{н}} &= 0, & j_{\text{н}}(0) &= 0. \end{aligned}$$

Поставив в соответствие (2.6), (2.10) и (2.9) с (2.1), (2.2), в приложении к (2.5), получим:

$$(2.11) \quad \mathbf{x}_{\text{т}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\text{ц}} \\ \omega_{\text{ц}} \\ a_{\text{ц}} \\ j_{\text{ц}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\text{у}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\text{н}} \\ \omega_{\text{н}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = u, \quad \mathbf{B}_{\text{у}} = \begin{bmatrix} 0 \\ b/T_{\text{н}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = K_{\text{н}},$$

где размерность матрицы штрафов  $\mathbf{Q}$  расширена в связи с увеличением размерности векторов  $\mathbf{x}_{\text{у}}$  и  $\mathbf{x}_{\text{т}}$ .

Необходимо подчеркнуть, что модель носителя (2.6), (2.10) не соответствует более сложной модели входного воздействия (2.9), и обработка им этого воздействия без принятия дополнительных мер будет неоптимальна.

Используя полученные выражения (2.11) в (2.4), получим:

$$(2.12) \quad u = K_{\text{н}}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \frac{b}{T_{\text{н}}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{\text{ц}} - \hat{\varphi}_{\text{н}} \\ \hat{\omega}_{\text{ц}} - \hat{\omega}_{\text{н}} \\ \hat{\omega}_{\text{ц}} - 0 \\ \hat{\omega}_{\text{ц}} - 0 \end{bmatrix},$$

$$u_1 = \frac{bq_{21}}{K_{\text{н}}T_{\text{н}}}(\hat{\varphi}_{\text{ц}} - \hat{\varphi}_{\text{н}}) + \frac{bq_{22}}{K_{\text{н}}T_{\text{н}}}(\hat{\omega}_{\text{ц}} - \hat{\omega}_{\text{н}}) + \frac{bq_{23}}{K_{\text{н}}T_{\text{н}}}\hat{\omega}_{\text{ц}} + \frac{bq_{24}}{K_{\text{н}}T_{\text{н}}}\hat{\omega}_{\text{ц}}.$$

Анализ (2.12) позволяет сделать следующие выводы.

Трансформированный сигнал управления, воздействующий на перехватчик, отличается от типового, вытекающего из (2.6) [6], использованием дополнительных слагаемых, учитывающих производные угловой скорости  $\hat{\omega}_ц$  и  $\hat{\omega}_н$ . При этом весовые коэффициенты ошибок управления определяются параметрами  $(b/T_H)$  заданной части (2.6), ограничениями на величину сигнала управления  $(K_H)$  и значимостью отдельных слагаемых для сигнала управления в целом  $(q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{24})$ .

Полученный сигнал управления представляется совокупностью слагаемых, формируемых с учетом отрицательных обратных связей, число которых определяется размерностью модели заданной части (2.6), и корректирующих поправок, число которых зависит от сложности представления входных воздействий.

Для реализации требуемого закона управления необходимо иметь оценки  $\hat{\varphi}_ц, \hat{\omega}_ц, \hat{\varphi}_н, \hat{\omega}_н, \dot{\hat{\omega}}_ц, \dot{\hat{\omega}}_н$ , которые могут быть сформированы по различным правилам [5, 9, 10], что несколько усложняет систему сопровождения [6], однако не требует доработки носителя (2.6), обеспечивая его оптимальность по минимуму функционала (2.5).

Учет в законе управления перехватчиком более высоких производных  $\hat{\omega}_ц$  и  $\hat{\omega}_н$  предопределяет его способность сопровождать цели, движущиеся по более сложным законам.

## 2.2. Анализ эффективности закона управления

Задача исследований – определить возможности синтезированного закона управления и его упрощенных разновидностей по перехвату интенсивно маневрирующих целей.

Анализ эффективности закона управления (2.12) проводился по результатам моделирования процедуры наведения перехватчика (2.6) в передней полусфере на цель, движущуюся по сложной траектории со сменой знака производных угловых координат при условии, что все координаты состояния  $\varphi_ц, \omega_ц, \varphi_н, \omega_н, \dot{\omega}_ц, \dot{\omega}_н$ , используемые в (2.6), оцениваются идеально точно.

В процессе моделирования сравнивались результаты использования в (2.6) трех модификаций законов управления, определяющих различную степень адаптации носителя к входным воздействиям:

$u_1$  – определяемого законом (2.12);

$$(2.13) \quad u_2 = \frac{bq_{21}}{K_H T_H} (\hat{\varphi}_ц - \hat{\varphi}_н) + \frac{bq_{22}}{K_H T_H} (\hat{\omega}_ц - \hat{\omega}_н) + \frac{bq_{23}}{K_H T_H} \hat{\omega}_ц;$$

$$(2.14) \quad u_3 = \frac{bq_{21}}{K_H T_H} (\hat{\varphi}_ц - \hat{\varphi}_н) + \frac{bq_{22}}{K_H T_H} (\hat{\omega}_ц - \hat{\omega}_н).$$

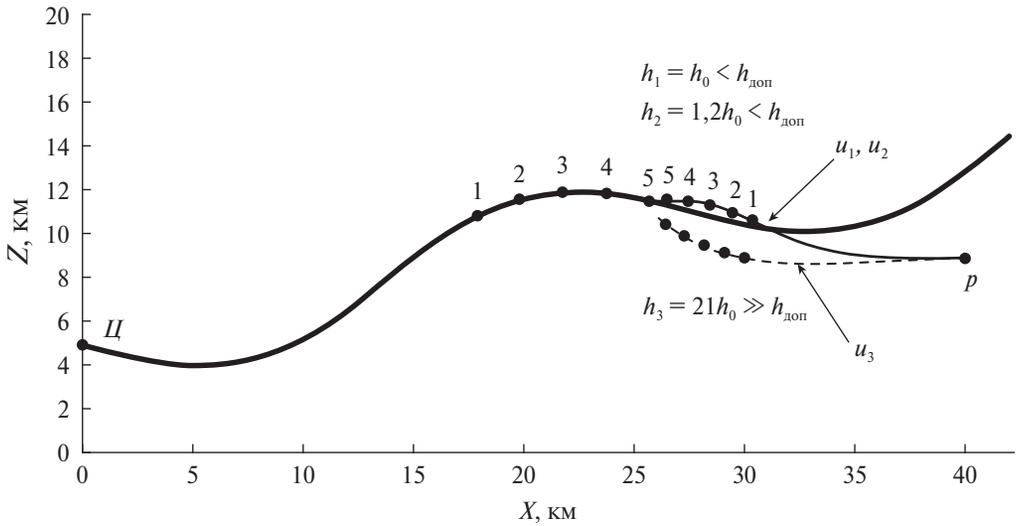


Рис. 2. Траектории цели и перехватчиков.

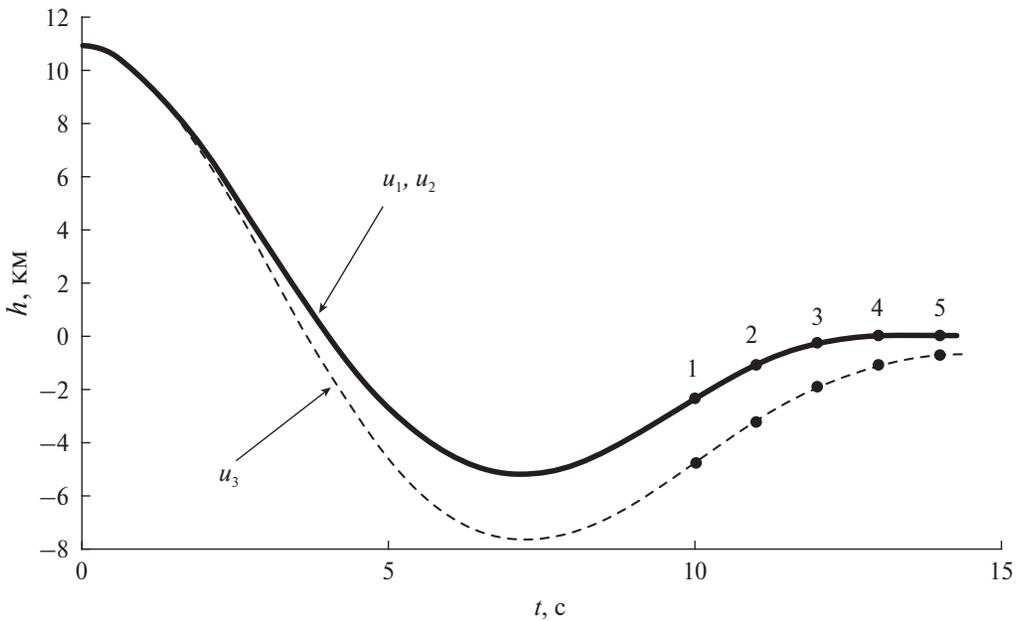


Рис. 3. Зависимость текущего промаха от времени.

Эффективность наведения оценивалась по величине текущего промаха  $h = D^2 \omega_{ц} / V_o$ , где  $D$  и  $V_o$  – дальность до цели и относительная скорость, при различных значениях постоянной времени  $T_H$ .

На рис. 2 и 3 для одного из вариантов исследований приведены траектории полета цели (Ц) и перехватчика (P), управляемых по законам (2.12), (2.13), (2.14), и соответствующие этим законам конечные и текущие промахи. Точ-

ками обозначены положения цели и перехватчиков в одинаковые моменты времени.

Из рисунков видно, что использование классического метода наведения (2.14) не обеспечивает перехват сложноманеврирующей цели, в то время как использование законов (2.12), (2.13) реализует высокоточный перехват.

Проведенные исследования показали:

- для исследуемой траектории полета цели учет в законе управления (2.12)  $\dot{\omega}_c$  имеет более высокую значимость для повышения точности наведения, чем учет  $\ddot{\omega}_c$ ;
- использование более инерционных перехватчиков ( $T_{н2} = 2T_{н1}$ ) приводит к незначительному увеличению промахов в (2.12), (2.13) и к существенному увеличению промахов в (2.14);
- аналогичные результаты имеют место при увеличении скорости цели ( $V_{ц2} = 2V_{ц1}$ ).

Комплекс проведенных исследований подтвердил работоспособность предложенного варианта оптимизации систем наведения, основанного на трансформации входного воздействия в широком диапазоне скоростей цели и инерционности перехватчика.

Манипулируя видом исходных моделей (2.7), (2.9), составом матриц штрафов  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{K}$  в (2.5), (2.11) и характером их изменения во времени, можно получить обширный набор методов наведения, в той или иной степени удовлетворяющих требованиям, изложенным в первой части статьи [7].

В качестве недостатка рассмотренного способа оптимизации необходимо отметить необходимость оценивания производных угловой скорости, что является отнюдь не тривиальной задачей, один из вариантов решения которой рассмотрен в [6].

### **3. Оптимизация наведения на основе прогноза пространственного положения цели**

В разделе 2 был рассмотрен вариант оптимизации, основанный на адаптации метода наведения под конкретный тип носителя, что существенно удешевляет процедуру разработки системы перехвата ВСЛА. Однако возможен и другой подход, основанный на адаптации носителя под конкретную разновидность метода наведения без изменения своих динамических свойств.

Суть такого подхода основана на компенсации тем или иным способом запаздывания реакции носителя на управляющее воздействие, вызываемое его инерционностью и наличием зоны нечувствительности.

На рис. 4 эти особенности качественно проиллюстрированы наличием зоны нечувствительности  $t_{нч}$ , определяющей запаздывание реакции носителя на малый управляющий сигнал (рис. 4,а), и постоянной времени  $T_n$  (рис. 4,б) в процессе изменения направления полета носителя под действием управляющего сигнала  $j_n$ .

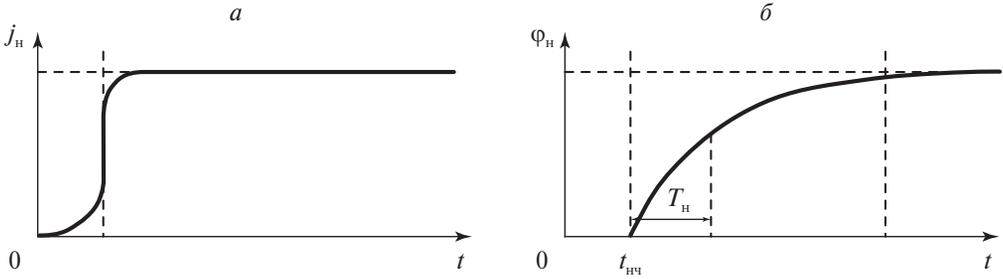


Рис. 4. Временные взаимосвязи входного воздействия – а и реакции на него – б.

Компенсация временного отставания реакции носителя на управляющее воздействие может быть осуществлена различными способами. Один из них, основанный на учете в законе управления несоответствия динамических свойств цели и перехватчика [6], эффективен только на малых расстояниях до цели. Второй, основанный на формировании ошибок управления не по текущему положению цели, а по ее прогнозу на известное время запаздывания в отработке носителем управляющих сигналов, действует на протяжении всей процедуры наведения.

Необходимо подчеркнуть, что оба подхода могут быть достаточно просто реализованы на базе локального варианта статистической теории оптимального управления (СТОУ) с учетом измеряемых возмущений [5].

В общем случае этот вариант позволяет для системы

$$(3.1) \quad \dot{\mathbf{x}}_y(t) = \mathbf{F}_y \mathbf{x}_y(t) + \mathbf{B}_y \mathbf{u}(t) + \mathbf{s}_y(t) + \xi_y(t), \quad \mathbf{x}_y(0) = \mathbf{x}_{y0},$$

предназначенной для отработки процесса

$$(3.2) \quad \dot{\mathbf{x}}_T(t) = \mathbf{F}_T \mathbf{x}_T(t) + \xi_T(t), \quad \mathbf{x}_T(0) = \mathbf{x}_{T0},$$

при наличии измерений

$$(3.3) \quad \mathbf{z}(t) = \mathbf{H} [\mathbf{x}_T^T(t) \quad \mathbf{x}_y^T(t)]^T + \xi_z(t)$$

сформировать управление

$$(3.4) \quad \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T [Q (\hat{\mathbf{x}}_T(t) - \hat{\mathbf{x}}_y(t)) - \mathbf{G} \hat{\mathbf{s}}_y(t)],$$

оптимальное по минимуму функционала

$$(3.5) \quad I = M \left\{ \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \Delta \mathbf{x}(t) + 2 \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{G} \mathbf{s}_y(t) + \mathbf{s}_y^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{s}_y(t) + \int_0^t \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K} \mathbf{u}(t) dt \right\},$$

$$(3.6) \quad \Delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_T(t) - \mathbf{x}_y(t).$$

Здесь:  $\mathbf{s}_y$  и  $\hat{\mathbf{s}}_y$  –  $n$ -мерные векторы измеряемых возмущений и их оптимальных оценок,  $\mathbf{G}$  – неотрицательно определенная весовая матрица возмущений.

Цель раздела 3 – оценить возможность использования аппарата (3.1)–(3.6) для синтеза методов перехвата ВСЛА.

### 3.1. Синтез закона управления

В приложении к решаемой задаче ее постановка может быть сформулирована следующим образом. Для перехватчика

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \dot{\varphi}_н(t) &= \omega_н(t), & \varphi_н(0) &= \varphi_{н0}; \\ \dot{\omega}_н(t) &= -\frac{1}{T_н}\omega_н(t) + \frac{b}{T_н}j_н(t), & \omega_н(0) &= \omega_{н0}, \end{aligned}$$

предназначенного для перехвата ВСЛА, по результатам прогноза его пространственного положения на время  $T_{пр}$ :

$$(3.8) \quad \begin{aligned} \dot{\varphi}_ц(t + T_{пр}) &= \omega_ц(t) + \dot{\omega}_ц(t)T_{пр}, & \varphi_ц(0) &= \varphi_ц(T_{пр}); \\ \dot{\omega}_ц(t + T_{пр}) &= -\frac{2\dot{D}(t)}{D(t)}\omega_ц(t) + \frac{1}{D(t)}(j_ц(t) - \dot{j}_н(t)) + \ddot{\omega}_ц(t)T_{пр}, \\ & & \omega_ц(0) &= \omega_ц(T_{пр}), \end{aligned}$$

необходимо сформировать сигнал управления  $j_н$ , оптимальный по минимуму функционала качества

$$(3.9) \quad \begin{aligned} I = M \left\{ \begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \times \\ & \times \begin{bmatrix} \dot{\omega}_ц T_{пр} \\ \left( \frac{1}{T_н} - \frac{2\dot{D}}{D} \right) \omega_ц + \ddot{\omega}_ц T_{пр} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\omega}_ц T_{пр} \\ \left( \frac{1}{T_н} - \frac{2\dot{D}}{D} \right) \omega_ц + \ddot{\omega}_ц T_{пр} \end{bmatrix}^T \times \\ & \times \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_ц T_{пр} \\ \left( \frac{1}{T_н} - \frac{2\dot{D}}{D} \right) \omega_ц + \ddot{\omega}_ц T_{пр} \end{bmatrix} + \int_0^t j_н^2 K_н dt \right\}. \end{aligned}$$

Геометрия взаимного расположения цели и перехватчика показана на рис. 3.1.

В (3.9) и далее для простоты будет опущена зависимость переменных от времени.

Используя (3.7) и (3.8) в (3.6), получим систему уравнений:

$$(3.10) \quad \begin{aligned} \Delta\dot{\varphi} &= \dot{\varphi}_ц - \dot{\varphi}_н = \Delta\omega + \dot{\omega}_ц T_{пр}, \\ \Delta\dot{\omega} &= \dot{\omega}_ц - \dot{\omega}_н = -\frac{1}{T_н}\Delta\omega - \frac{b}{T_н}j_н + \frac{1}{T_н}\omega_ц + \dot{\omega}_ц + \ddot{\omega}_ц T_{пр}, \end{aligned}$$

из которой следует, что несоответствие динамических свойств цели и перехватчика, играющих роль измеряемого возмущения, определяется вектором [5]

$$(3.11) \quad \mathbf{s}_y = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_ц T_{пр} \\ \left( \frac{1}{T_H} - \frac{2\hat{D}}{D} \right) \omega_ц + \dot{\omega}_ц T_{пр} \end{bmatrix}.$$

Используя (3.10), (3.11) в (3.4), получим:

$$(3.12) \quad j_H = \frac{1}{K_H} \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & T_H \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{\varphi} \\ \Delta\hat{\omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \times \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} \hat{\omega}_ц T_{пр} \\ \left( \frac{1}{T_H} - \frac{2\hat{D}}{D} \right) \hat{\omega}_ц + \hat{\omega}_ц T_{пр} \end{bmatrix} \right\}, \\ j_H = \frac{bq_{21}}{K_H T_H} \Delta\hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{K_H T_H} \Delta\hat{\omega} + \frac{bg_{22}}{K_H T_H} \left( \frac{1}{T_H} - \frac{2\hat{D}}{D} \right) \hat{\omega}_ц + \\ + \frac{bg_{21}}{K_H T_H} \hat{\omega}_ц T_{пр} + \frac{bg_{22}}{K_H T_H} \hat{\omega}_ц T_{пр}.$$

Анализ (3.12) позволяет сделать следующие выводы.

1. При выполнении условия  $V_H > V_ц$  полученный метод является всеракурсным и всевысотным. Всеракурсность обеспечивается учетом знаков угловых ошибок и угловой скорости линии визирования (УСЛВ) и ее производных. Всевысотность обеспечивается использованием в качестве управляющего сигнала поперечного ускорения, а не рулей, эффективность которых зависит от плотности воздуха (высоты).

2. Учет в законе управления производных УСЛВ  $\dot{\omega}_ц$  и  $\ddot{\omega}_ц$  позволяет обеспечивать наведение на цели, маневрирующие по сложным законам.

3. Значимость последних трех слагаемых возрастает по мере приближения к цели и увеличения времени прогноза.

4. Для реализации полученного закона наведения необходимо иметь оптимальные оценки дальности, скорости сближения, бортовых пеленгов, УСЛВ и ее производных [5, 10, 11].

### 3.2. Анализ эффективности закона управления

Задача исследований – определение возможностей закона управления (3.12) и его упрощенных разновидностей по перехвату интенсивно маневрирующих целей.

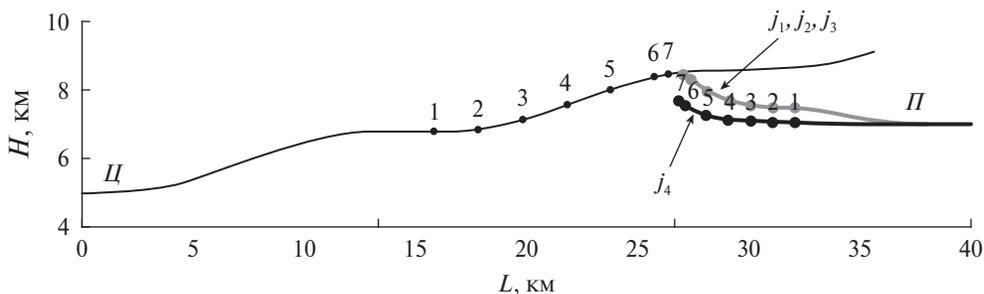


Рис. 5. Траектории полета цели и перехватчиков с различными законами наведения.

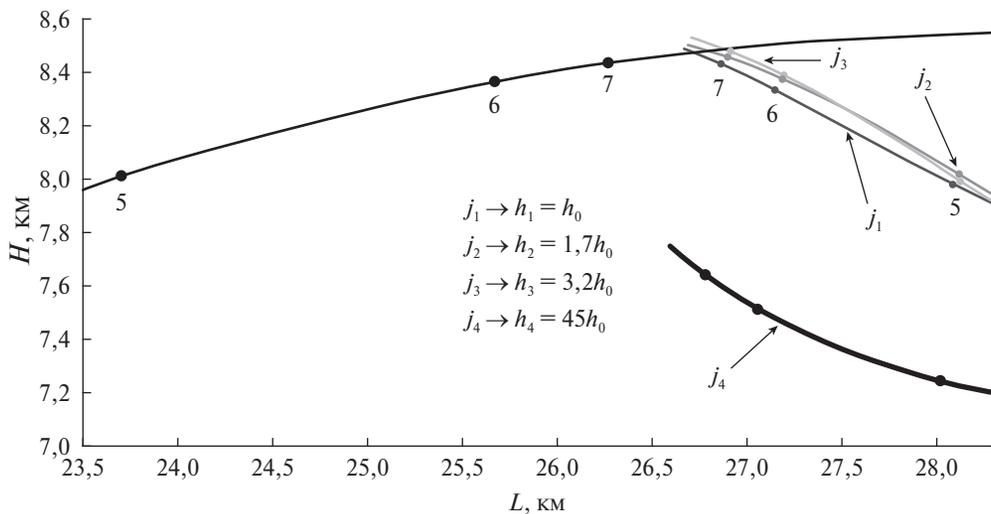


Рис. 6. Конечный участок траекторий полета цели и перехватчиков.

Исследования проводились по результатам моделирования процедуры перехвата цели (3.8), маневрирующей со сменой знака производных, перехватчиком (3.7) в передней полусфере при условии, что  $V_H < V_C$  и все координаты состояния измеряются идеально точно.

В процессе исследования сравнивались результаты наведения по различным законам управления:

$j_1$  — определяемого (3.12);

$$j_2 = \frac{bq_{21}}{K_H T_H} \Delta \hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{K_H T_H} \Delta \hat{\omega} + \frac{bg_{22}}{K_H T_H} \left( \frac{1}{T_H} - \frac{2\hat{D}}{\hat{D}} \right) \hat{\omega}_C + \frac{bg_{21}}{K_H T_H} \hat{\omega}_C T_{np};$$

$$j_3 = \frac{bq_{21}}{K_H T_H} \Delta \hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{K_H T_H} \Delta \hat{\omega} + \frac{bg_{22}}{K_H T_H} \left( \frac{1}{T_H} - \frac{2\hat{D}}{\hat{D}} \right) \hat{\omega}_C;$$

$$j_4 = \frac{bq_{21}}{K_H T_H} \Delta \hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{K_H T_H} \Delta \hat{\omega}.$$

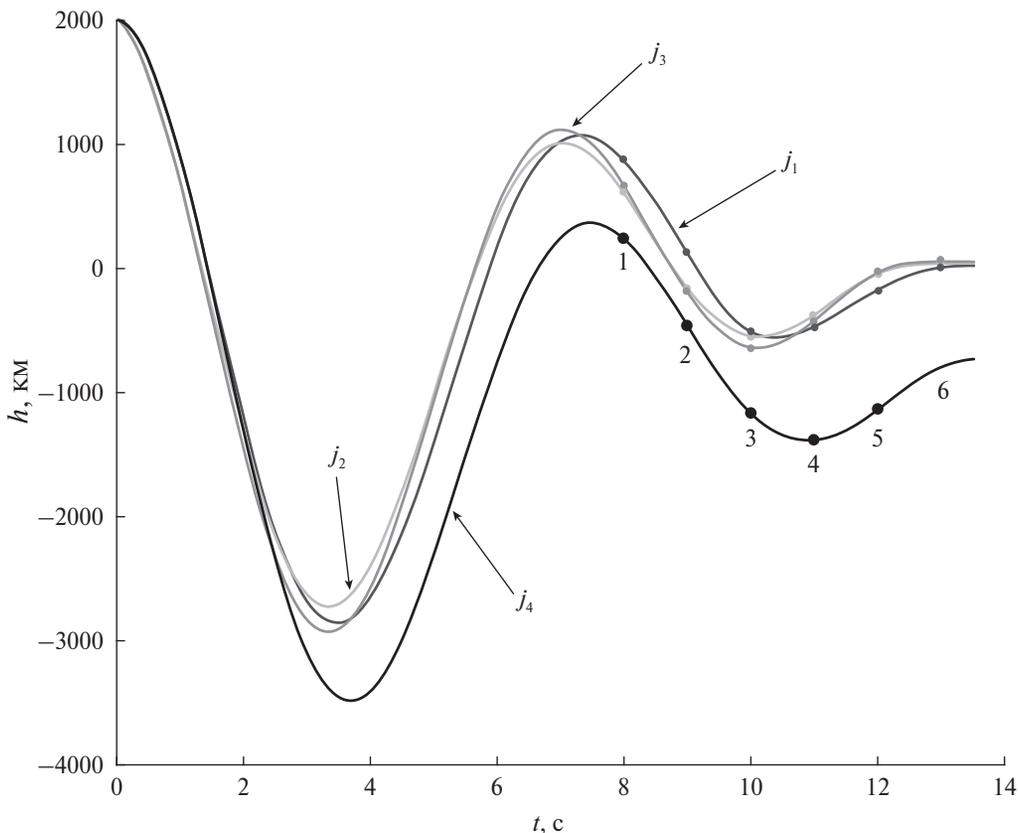


Рис. 7. Текущие промахи перехватчиков.

Эффективность оценивалась по величине текущего и конечного промахов и величине сигнала управления при различных значениях постоянной времени  $T_n$  и времени прогноза  $T_{пр}$ .

На рис. 5, 6 показаны траектории движения цели (Ц) и перехватчиков (П) с законами управления  $j_1-j_4$ , на которых точками 1–5 показаны их текущие положения. На рис. 7 и 8 – соответствующие им промахи и ускорения.

Проведенные исследования позволили сделать следующие выводы.

1. Использование законов управления с сигналами  $j_1-j_3$  позволяет реализовать достаточно высокую точность, показатели которой ухудшаются по мере исключения отдельных слагаемых. Использование традиционного метода перехвата с сигналом  $j_4$  не обеспечивает перехвата ВСЛА, движущегося со сменой знака производных угловых координат.

2. С увеличением инерционности носителя точность наведения ухудшалась.

3. С увеличением времени прогноза до значения  $T_{пр} = 2T_n$  точность наведения улучшалась.

4. Наведение выполняется в рамках реализуемых поперечных ускорений.

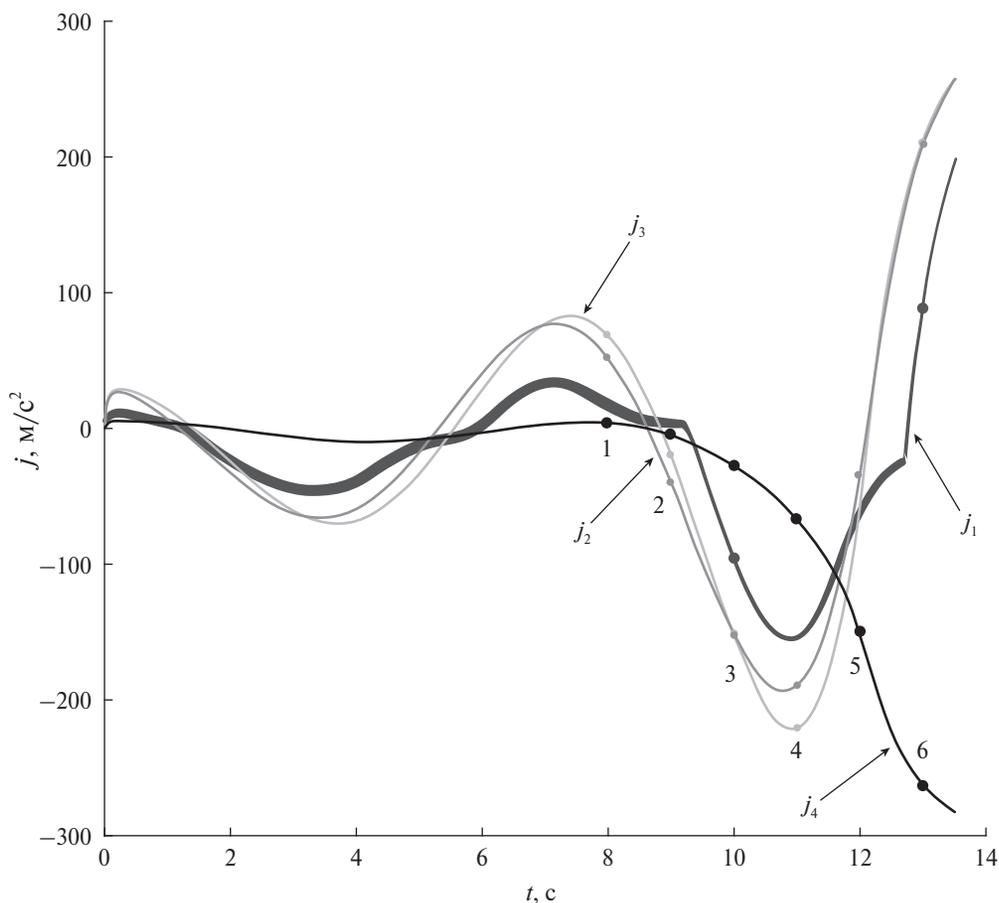


Рис. 8. Графики изменений управляющих сигналов.

В качестве недостатка можно отметить сложность информационного обеспечения, обусловленную необходимостью формировать оценки производных УСЛВ.

#### 4. Заключение

На основе материала, изложенного в статье, можно сделать следующие выводы.

Математический аппарат локальной оптимизации СТОУ позволяет синтезировать методы наведения на ВСЛА, учитывающие динамические свойства носителя. При этом задача может быть решена как минимум двумя способами.

Первый, основанный на трансформации входных воздействий, обеспечивает адаптацию метода наведения и его информационного обеспечения под конкретный тип носителя.

Второй основан на формировании управляющего сигнала не по текущему состоянию перехватчика и цели, а по результатам прогноза положения цели

на время, определяемое инерционностью носителя. Оба приема не требуют переработки носителя для улучшения его маневренности, что существенно снижает расходы на разработку системы перехвата.

Оба метода обеспечивают возможность перехвата интенсивно маневрирующего ВСЛА за счет учета в методах наведения производных угловой скорости, что потребует некоторого усложнения угломерного канала бортовой радиолокационной системы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационные системы радиопуправления. Учебник для военных и гражданских ВУЗов / Под ред. *В.И. Меркулова*. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008.
2. *Girard Anouck R.* Proportional Navigation: Optimal Homing and Optimal Evasion / Anouck R. Girard, Pierre T. Kabamba // *SIAM Review*. 2015. V. 57. No. 4. P. 611–624.
3. *An Ji-Yeon.* A Collision Geometry-Based Guidance Law for Course-Correction-Projectile / Ji-Yeon An, Chang-Hun Lee, Min-Jea Tahk // *Int. J. Aeronaut. Spac. Sci.* 2019. V. 20. No. 2. P. 442–458.
4. *Верба В.С., Меркулов В.И., Закомолдин Д.В., Лихачев В.Л.* Проблемы перехвата высокоскоростных летательных аппаратов, маневрирующих по сложным законам. Часть 2 // *Успехи современной радиоэлектроники*. 2024. Т. 78. № 4. С. 5–14.
5. *Меркулов В.И., Верба В.С.* Синтез и анализ авиационных радиоэлектронных систем управления. Книга 1. М.: Радиотехника, 2023.
6. *Меркулов В.И., Верба В.С.* Синтез и анализ авиационных радиоэлектронных систем управления. Книга 2. М.: Радиотехника, 2023.
7. *Верба В.С., Меркулов В.И.* Подходы к оптимизации методов наведения на высокоскоростные интенсивно маневрирующие цели. Часть 1 // *АиТ*. 2024. № 11. С. 73–80.
8. *Galyaev A.A., Lysenko P.V., Rubinovich E.Y.* Optimal Stochastic Control in the Interception Problem of a Randomly Tacking Vehicle // *Mathematics*. 2021. No. 9. P. 2386.
9. *Su Wenshan.* Coverage-based cooperative guidance strategy against highly maneuvering target / Wenshan Su, Kebo Li, Lei Chen // *Aerospace Science and Technology*. 2017. V. 71. P. 147–155.
10. An Improved Kalman Filter Based on Long Short-Memory Recurrent Neural Network for Nonlinear Radar Target Tracking / F. Song, Y. Li, W. Cheng et al. // *Wirel. Communicat. Mobil. Comput.* 2022. No. 7. P. 1–10.
11. *Prokhorov, M.B.* The Kalman-Bucy method of optimal filtering and its generalizations / M.B. Prokhorov, V.K. Saul'ev // *J. Sov. Math.* 1979. V. 12. No. 3. P. 354–380.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Галляевым.*

Поступила в редакцию 20.03.2024

После доработки 08.07.2024

Принята к публикации 02.09.2024